

Roll No

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302**B.Tech./B.Tech. (Working Professional) III Semester****Examination, June 2025****Grading System (GS) / Working Professional****Discrete Structure****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Consider three sets $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ and $C = \{1, 5, 7\}$. Using Venn diagrams, determine and shade the regions corresponding to $(A \cup B) \cap (B \cap C)$ and $A \cap (B \cup C)$. Verify if these expressions are equivalent by listing the elements. 7
- तीन सेट $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ और $C = \{1, 5, 7\}$ दिए गए हैं। वेन आरेखों का उपयोग करके $(A \cup B) \cap (B \cap C)$ और $A \cap (B \cup C)$ से संबंधित क्षेत्र को निर्धारित करें और छायांकित करें। तत्वों को सूचीबद्ध करके सत्यापित करें कि क्या ये अभिव्यक्तियाँ समतुल्य हैं।

- b) Define and illustrate an equivalence relation by constructing an equivalence relation on the set $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ where two elements are related if they have the same remainder when divided by 3. 7
- सेट $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ पर एक तुल्यता संबंध का निर्माण करके एक तुल्यता संबंध को परिभाषित और चित्रित करें जिसमें दो तत्व भी संबंधित हो जब उन्हें 3 से विभाजित करने पर समान शेषफल मिलें।

2. a) What is pigeonhole principle. Prove it by using mathematical induction and use it to show that in a group of 15 people, at least two share the same birth month. 7
- कबूतरखाना सिद्धांत (पिजनहोल सिद्धांत) क्या है? इसे गणितीय प्रेरण का उपयोग कर सिद्ध करें। इसका उपयोग करते हुए यह दिखाएँ कि 15 लोगों के समूह में कम से कम दो का जन्म एक ही महीने में हुआ होगा।
- b) Explain a recursively defined function. Solve the recurrence relation $f(n) = f(n-1) + 3$ with initial condition $f(0) = 2$. 7
- पुनरावर्ती रूप से परिभाषित फंक्शन की व्याख्या करें। प्रारंभिक शर्त $f(0) = 2$ के साथ पुनरावृत्ति संबंध $f(n) = f(n-1) + 3$ को हल करें।
3. a) Prove that the set $G = \{0, 1, 2, 3\}$ under addition modulo 4 is an abelian group. Identify the identity and inverse elements. 7
- सिद्ध करें कि योग मॉड्यूलो 4 के अंतर्गत सेट $G = \{0, 1, 2, 3\}$ एक एबेलियन समूह है। पहचान और व्युत्क्रम तत्वों की पहचान करें।
- b) Define a homomorphism between two groups. Verify whether the mapping $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = 2x$ is a homomorphism under addition. 7
- दो समूहों के बीच होमोमोर्फिज्म (एक समरूपता) को परिभाषित करें। सत्यापित करें कि $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित मैपिंग $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ योग के अंतर्गत होमोमोर्फिज्म (एक समरूपता) है या नहीं?

4. a) Consider the propositions p , q and r , where : 7
- p : "It is raining."
 - q : "I am carrying an umbrella."
 - r : "I stay dry."
- Assume the implication $(p \rightarrow q) \rightarrow r$. Construct a truth table for the expression $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ and determine if it is a tautology or contradiction.
- कथनों p , q और r पर विचार करें, जहाँ :
- p : "बारिश हो रही है।"
 - q : "मैं छाता लेकर जा रहा हूँ।"
 - r : "मैं सूखा रहता हूँ।"
- यह मानते हुए कि निष्कर्ष $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ सही है। $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ अभिव्यक्ति के लिए एक सत्य तालिका बनाइए और निर्धारित करें कि यह एक सर्वसत्य (तौटोलॉजी) है या विरोधाभास।
- b) What are predicates in propositional logic? Define universal and existential quantifiers with examples. 7
- प्रस्तावना तर्क में विधेय क्या हैं? उदाहरणों के साथ सार्वभौमिक और अस्तित्वगत परिमाणकों को परिभाषित करें।
5. a) Define graph theory and explain the basic terminology of graphs such as vertices, edges, degree and adjacency. 7
- ग्राफ सिद्धांत को परिभाषित करें और ग्राफ की मूल शब्दावली जैसे शीर्ष बिंदु, किनारे, डिग्री और आसन्नता को समझाइए।
- b) Define and give an example of an isomorphic graph pair. Verify isomorphism between two adjacency matrices. 7
- समरूपी ग्राफ की परिभाषा दें और एक उदाहरण प्रस्तुत करें। दो आसन्नता मैट्रिक्सों के बीच समरूपता सत्यापित करें।
6. a) For the graph G with vertices $V = \{A, B, C, D\}$ and edges $E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A), (A, C)\}$, determine : 7
- Whether the graph contains a Eulerian path or circuit or not.
 - All Hamiltonian circuits in the graph G .

- शीर्ष बिंदु $V = \{A, B, C, D\}$ और किनारों $E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A), (A, C)\}$ वाले ग्राफ G के लिए, निर्धारित करें।
- क्या ग्राफ में यूलेरियन पथ या यूलेरियन परिपथ शामिल है या नहीं।
 - ग्राफ G में सभी हैमिल्टनियन परिपथ
- b) How many permutations can be formed from the letters of the word "MATHEMATICS" such that all vowels are together? 7
- "MATHEMATICS" शब्द के अक्षरों से कितने क्रमचय बनाए जा सकते हैं ताकि सभी स्वर एक साथ हों।
7. a) What is a Hasse diagram? Draw the Hasse diagram for the set $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ with the divisibility relation. 7
- हासे आरेख क्या है? विभाज्यता संबंध के साथ सेट $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ के लिए हासे आरेख बनाइए।
- b) Define a lattice and prove that every finite lattice has a unique least upper bound and greatest lower bound. 7
- जालक (लट्टिस) को परिभाषित करें तथा सिद्ध करें कि प्रत्येक परिमित जालक की एक अद्वितीय न्यूनतम ऊपरी सीमा तथा अधिकतम निचली सीमा होती है।
8. Write short notes on (any four) 14
- Finite state machines as language recognizers
 - Binomial theorem
 - Permutation group
 - Partial Ordering Relation
 - Countable and uncountable sets
- संक्षेप में नोट लिखें। (कोई चार)
- भाषा पहचानकर्ता के रूप में सीमित अवस्था मशीन
 - द्विपद प्रमेय
 - क्रमचय समूह
 - आंशिक क्रमबद्ध संबंध
 - गणनीय और अगणनीय सेट
