

Roll No

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)**B.Tech., III Semester**

Examination, December 2023

Grading System (GS)**Discrete Structure***Time : Three Hours**Maximum Marks : 70***Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Out of 120 students surveyed, it was found that 20 students have studied French, 50 students have studied English, 70 students have studied Hindi, 5 have studied English and French, 20 have studied English and Hindi, 10 have studied Hindi and French, only 3 students have studied all the three languages. Find how many students have studied:

- i) Hindi alone
- ii) French alone
- iii) English, but not Hindi
- iv) Hindi, but not French

सर्वेक्षण में शामिल 120 छात्रों में से, यह पाया गया कि 20 छात्रों ने फ्रेंच, 50 छात्रों ने अंग्रेजी, 70 छात्रों ने हिंदी, 5 ने अंग्रेजी और फ्रेंच, 20 ने अंग्रेजी और हिंदी, 10 ने हिंदी और फ्रेंच का अध्ययन किया है। 3 छात्रों ने तीनों भाषाओं का अध्ययन किया है। पता लगाइए कि कितने छात्रों ने अध्ययन किया है।

- i) केवल हिंदी
- ii) केवल फ्रेंच
- iii) अंग्रेजी लेकिन हिंदी नहीं
- iv) हिंदी, लेकिन फ्रेंच नहीं

b) If R be a relation in the set of integers Z defined by $R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z, (x - y) \text{ is multiple of } 3\}$. Show that it is an equivalence relation.

यदि R, $R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z, (x - y) \text{ 3 का गुणज है}\}$ द्वारा परिभाषित पूर्णांक Z के सेट में एक संबंध है। दिखाइए कि यह एक तुल्यता संबंध है।

$$2. a) \text{ If } f : R \rightarrow R \quad f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 3 \\ 2x^2+3, & -2 < x \leq 3 \\ 3x^2-7, & x \leq -2 \end{cases} \text{ find}$$

$$f^{-1}(3), f^{-1}(0), f^{-1}(-2).$$

$$\text{यदि } f : R \rightarrow R \quad f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 3 \\ 2x^2+3, & -2 < x \leq 3 \\ 3x^2-7, & x \leq -2 \end{cases} \text{ तो}$$

$$f^{-1}(3), f^{-1}(0), f^{-1}(-2) \text{ ज्ञात करें।}$$

b) Show that $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$

by mathematical induction

गणितीय प्रेरण द्वारा दिखाइए कि

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

3. a) Prove that $F = \{a + b\sqrt{2}; a, b \text{ rational}\}$ is a field.

साबित करें कि $F = \{a + b\sqrt{2}; a, b \text{ तर्कसंगत}\}$ एक फील्ड है।

b) Define the following

- i) Symmetric Group
- ii) Normal Subgroup
- iii) Homomorphism

निम्नलिखित को परिभाषित कीजिये।

- i) सममित समूह
- ii) सामान्य उपसमूह
- iii) समरूपता

4. a) Construct the truth table of the following formula:

निम्नलिखित सूत्र की सत्यता सारणी बनाइये।

- i) $\sim(p \vee (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
- ii) $(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

b) Write the negation of the following.

- i) If the determinant of a system of linear equations is zero then either the system has no solution or has an indefinite no. of solutions.
- ii) Either today is not a Sunday or today is not a Wednesday.

निम्नलिखित का निषेध लिखिए।

- i) यदि रैखिक समीकरणों की प्रणाली का निर्धारक शून्य है तो या तो प्रणाली का कोई समाधान नहीं है या समाधानों की संख्या अनिश्चित है।
- ii) या तो आज रविवार नहीं है या आज बुधवार नहीं है।

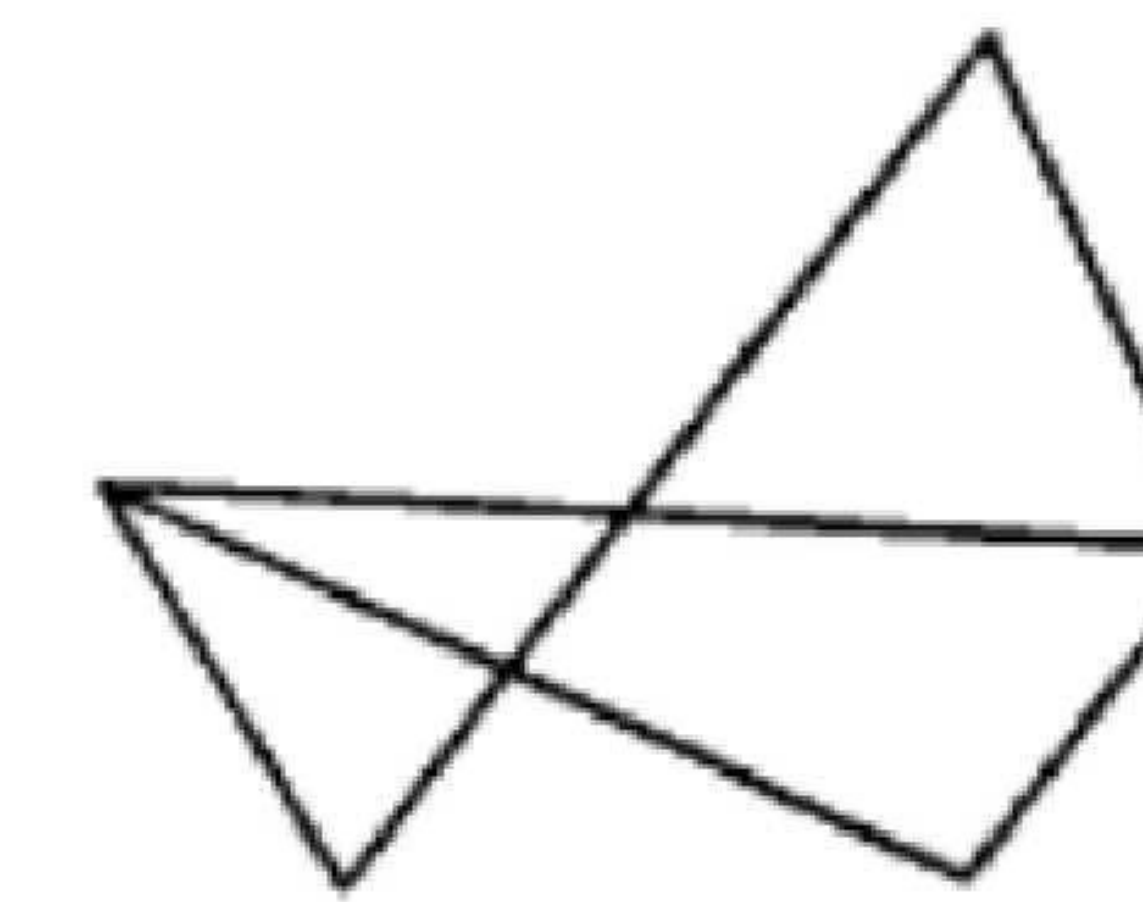
5. a) Show that the proposition $\neg(p \wedge q)$ and $\neg p \vee q$ are logically equivalent.

दिखाइए कि प्रस्ताव $\neg(p \wedge q)$ और $\neg p \vee q$ तार्किक रूप से समतुल्य हैं।

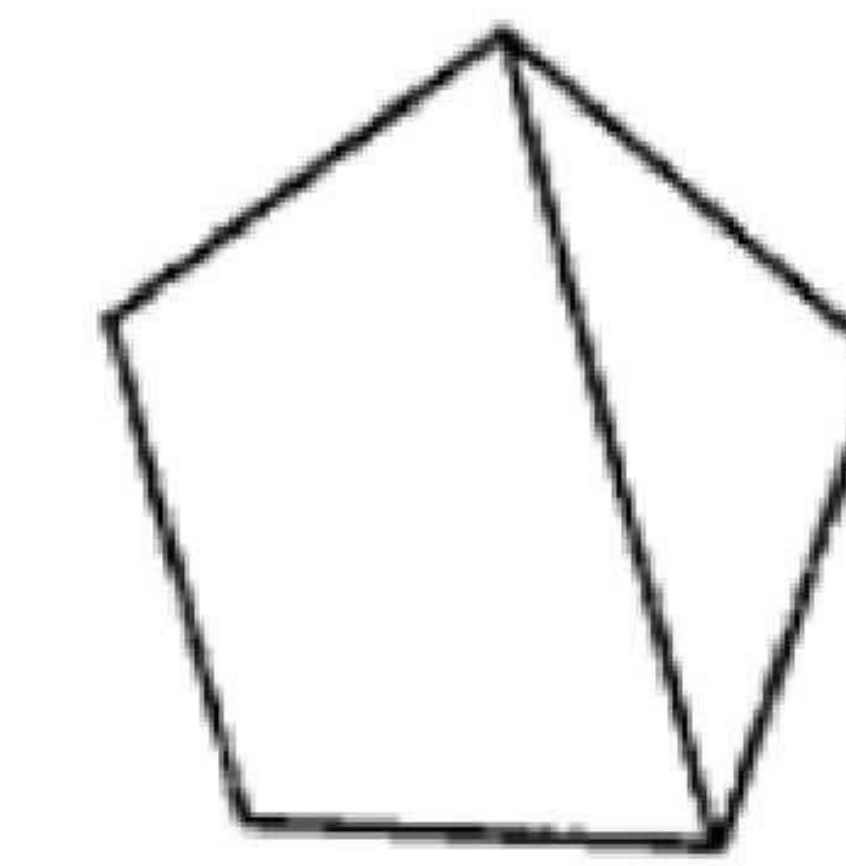
b) Obtain the conjunctive normal form of संयोजक सामान्य रूप प्राप्त करें।

- i) $p \wedge (p \Rightarrow q)$
- ii) $\sim p \Rightarrow [r \wedge (p \Rightarrow q)]$

6. a) Determine whether the graphs F1 and F2 are isomorphic. निर्धारित करें कि ग्राफ F1 और F2 समरूपी हैं या नहीं।

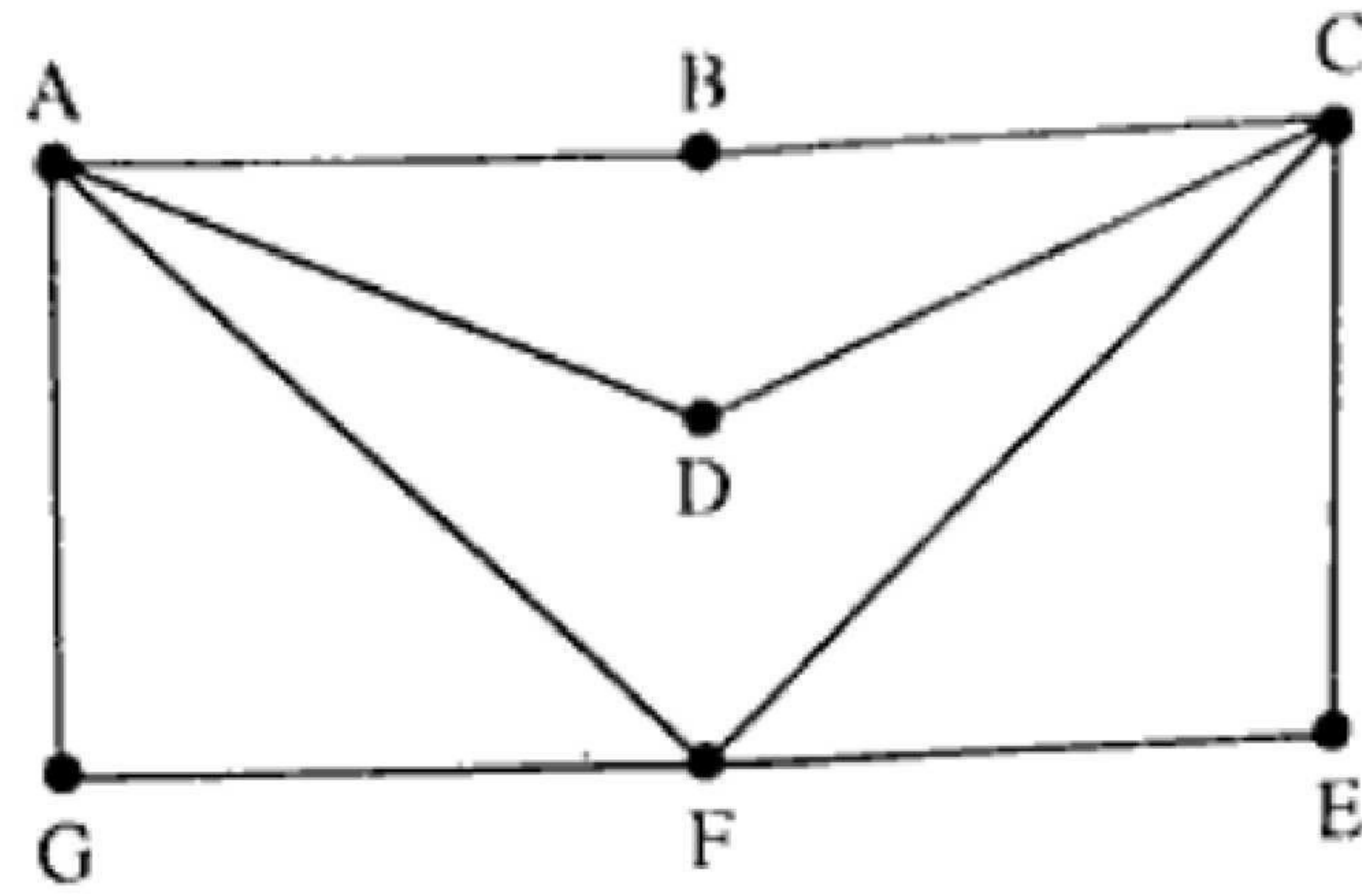


F1



F2

- b) Find an Euler Path in the graph below.
नीचे दिए गए ग्राफ में यूलर पथ ज्ञात कीजिए।



7. a) Define a lattice. Let $(L, \leq, \vee, \wedge)$ be a lattice, and $a, b, c, d \in L$ be such that $a \leq b$ and $c \leq d$. Show that $a \vee c \leq b \vee d$ and $a \wedge c \leq b \wedge d$.

जाली को परिभाषित कीजिये। मान लीजिए $(L, \leq, \vee, \wedge)$ एक जालक है और $a, b, c, d \in L$ इस प्रकार है कि $a \leq b$ और $c \leq d$ है। दिखाइए कि $a \vee c \leq b \vee d$ और $a \wedge c \leq b \wedge d$ ।

- b) Show that D_{12} and D_{18} are isomorphic lattices. Further, show that none is isomorphic to the lattice D_{20} .
दिखाइए कि D_{12} और D_{18} समरूपी जालक है। इसके अलावा, दिखाइए कि कोई भी जाली D_{20} का समरूपी नहीं है।

8. a) Show that $a_n = c_1 2^n + c_2 4^n$ is a solution of the recurrence relation $a_n - 6a_{n-1} + 8a_{n-2} = 0$.
दिखाइए कि $a_n = c_1 2^n + c_2 4^n$ पुनरावृत्ति संबंध $a_n - 6a_{n-1} + 8a_{n-2} = 0$ का एक समाधान है।

- b) Find the sequence having the generating function $G(x)$

given by $\frac{x}{1-2x}$.

$\frac{x}{1-2x}$ द्वारा दिए गए जनरेटिंग फंक्शन $G(x)$ वाले अनुक्रम का पता लगाइए।
