

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

CS/CT/CO/CI/IT-302-CBGS

B.Tech., III Semester

Examination, December 2020

Choice Based Grading System (CBGS)

Discrete Structures

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) Draw neat sketch, if required.

यदि आवश्यक हो वहाँ स्वच्छ चित्र बनाइए।

iv) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Prove that every subgroup of a cyclic group is cyclic. 7

सिद्ध करिये कि चक्रीय ग्रुप का प्रत्येक उपवर्ग चक्रीय होता है।

b) Using mathematical induction show that $\sum_{r=0}^n 3^r = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$.

7

गणितीय प्रेरण का प्रयोग करके सिद्ध करें $\sum_{r=0}^n 3^r = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$

CS/CT/CO/CI/IT-302-CBGS

PTO

2. a) Let $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ and relation $\leq$ be such that ' $x \leq y$ ' if x divides y . Draw Hasse Diagram and find minimal and maximal elements. 7

यदि $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ और $\leq$ का संबंध ' $x \leq y$ ' प्रकार है तो x, y से भाज्य होगा। Hasse आरेख बनाकर उसकी न्यूनतम एवं अधिकतम अवयव को ज्ञात करें।

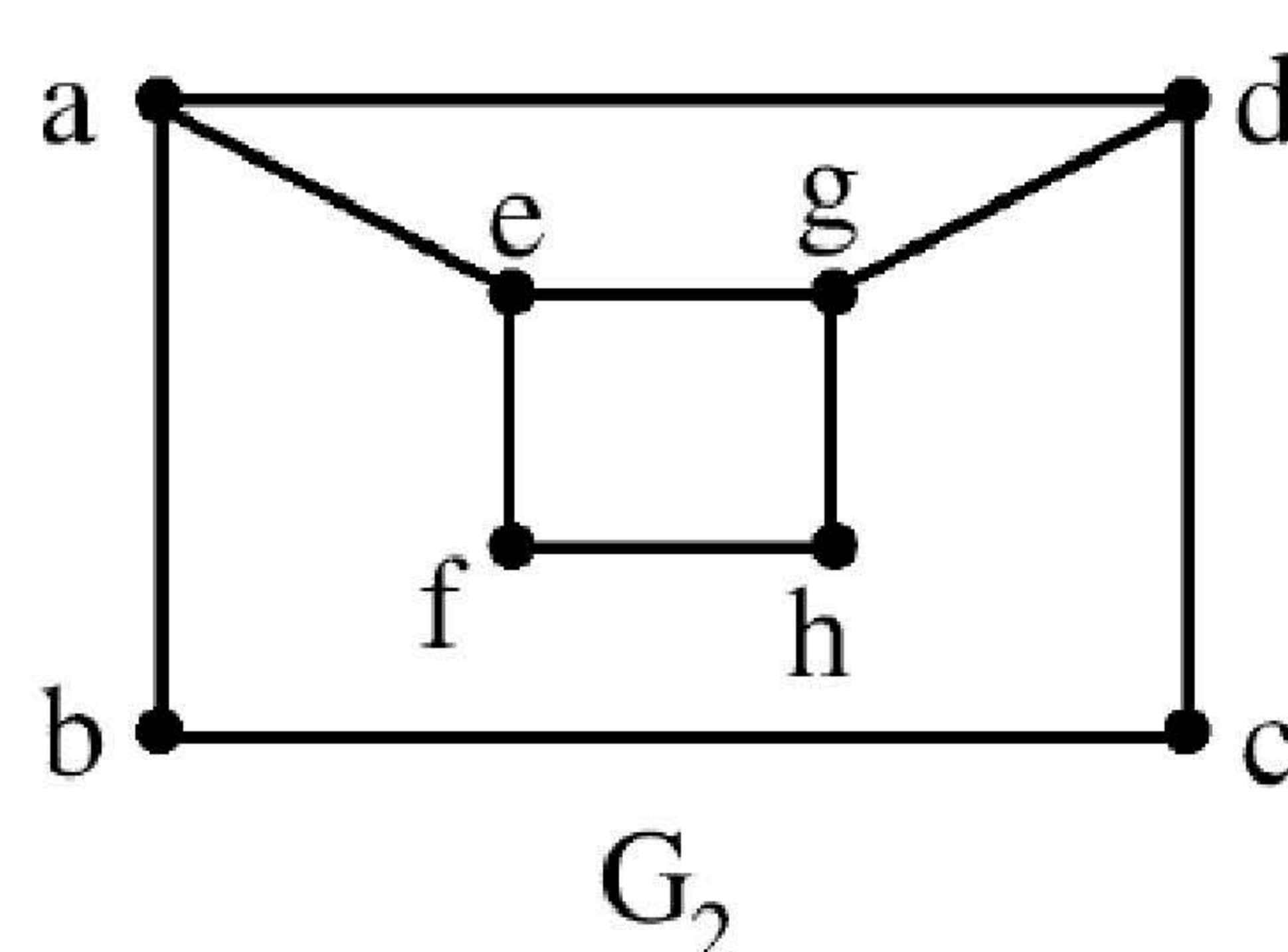
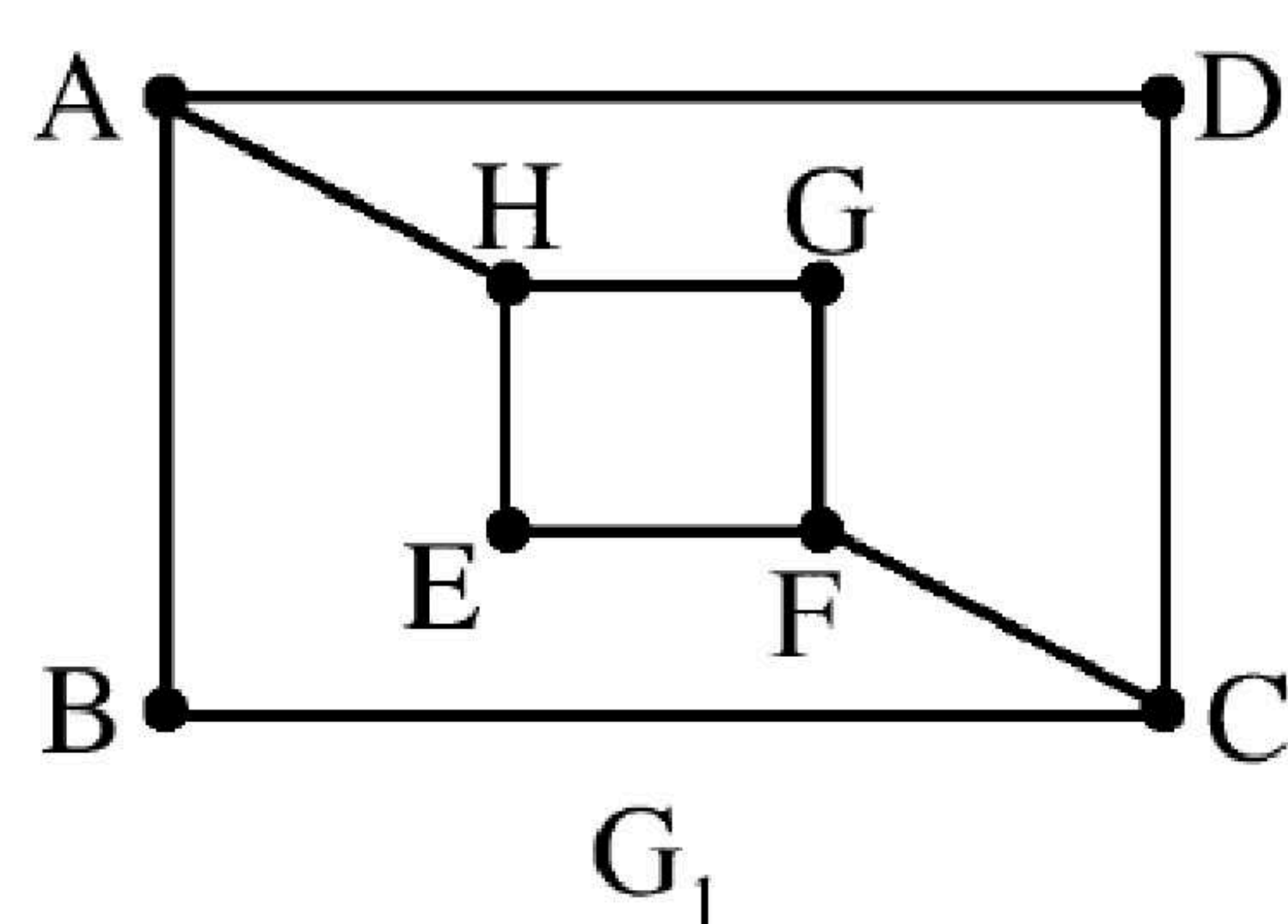
- b) Show that ' $\sqrt{2}$ is irrational'. 7
सिद्ध करे कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

3. a) Without constructing the truth tables, obtain the principle disjunctive normal form of : $(\sim P \rightarrow R) \wedge (Q \leftrightarrow P)$. 7
बिना ट्रुथ टेबल बनाये, प्रिंसिपल डिसजंक्टिव नार्मल फार्म को प्राप्त करें। $(\sim P \rightarrow R) \wedge (Q \leftrightarrow P)$

- b) Prove that in a group of six people, atleast three must be mutual friends or at least three must be mutual strangers. 7

सिद्ध करे कि छः लोगों के समूह में कम से कम तीन लोगों का आपसी मित्र होना आवश्यक है या तीन लोगों का कम से कम आपसी अजनबी होना आवश्यक है।

4. a) Examine whether the following pairs of graphs G_1 and G_2 given in figures are isomorphic or not. 7
दिये गये दो ग्रुप G_1 और G_2 का परिक्षण करके कि वह समूह आइसोमोरफिक है अथवा नहीं।



[3]

- b) Prove that the maximum number of edges in a simple disconnected graph G with ' n ' vertices and ' k ' components

is : $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$. 7

सिद्ध करें कि सिम्पल डिसकनेक्टेड ग्रुप ' G ' जिसमें ' n ' कोने तथा ' k ' अंग हो उसमें अधिकतम कोरों की संख्या होगी :

$$\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$$

5. a) Show that in a connected planar linear graph with 6 vertices and 12 edges, each of the regions is bounded by 3 edges. 7

सिद्ध करें कि एक कनेक्टेड प्लानर लीनियर ग्राफ जिसमें कि छः (6) कोने तथा बारह (12) कोर हो, ऐसा प्रत्येक रीजन 3 कोरों से घिरा/ लगा हुआ होगा।

- b) Using induction principle, prove that $n^3 + 2n$ is divisible by 3. 7

इनडक्शन सिद्धान्त का प्रयोग करके सिद्ध करें कि $n^3 + 2n$ को 3 से भाजित किया जा सकता है।

6. a) In a distributive complemented lattice. Show that the following are equivalent. 7

एक डिस्ट्रीब्यूटिव कॉम्प्लीमेंटेड लैटिस में निम्नलिखित की समानता को दर्शाएँ।

- i) $a \leq b$
- ii) $a \wedge \bar{b} = 0$
- iii) $\bar{a} \vee b = 1$
- iv) $\bar{b} \leq \bar{a}$

- b) Show that every chain is modular. 7

सिद्ध करें कि प्रत्येक श्रृंखला मॉड्यूलर होती है।

7. a) If G is a self complementary graph, then prove that G has $n \equiv 0$ (or) $1 \pmod{4}$ vertices. 7

यदि G एक सेल्फ सम्पूरक ग्राफ है तो सिद्ध करें कि G का $n \equiv 0$ (or) $1 \pmod{4}$ वर्तिसिज होंगे।

- b) Find the number of integers between 1 and 250 that are divisible by any of the integers 2, 3, 5 and 7. 7

1 से 250 के मध्य 2, 3, 5 एवं 7 पूर्णाकों से विभाजित होने वाले पूर्णाकों की संख्या ज्ञात करें।

8. a) Prove that the intersection of two subgroups of a group G is again a subgroup of G . 7

सिद्ध करें कि ग्रुप G के दो सबग्रुप का इंटरसेक्शन भी ग्रुप G का एक सबग्रुप ही होगा।

- b) Do as directed : 7

- State the pigeonhole principle.
- Draw the complete graph K_5
- Prove that identity element in a group is unique.

दिये गये निर्देशानुसार करें –

- पीजनहोल सिद्धान्त का वर्णन करें।
- K_5 ग्राफ को पूर्णतः बनाये
- सिद्ध करें कि ग्रुप में कि प्रत्येक आइडेंटिटी एलीमेंट अद्वितीय होता है।
