

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, June 2023

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve : $\frac{dy}{dx} = \cos(x+y) + \sin(x+y)$.

$$\frac{dy}{dx} = \cos(x+y) + \sin(x+y) \text{ को हल कीजिये।}$$

b) Solve: $(1+y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy$
 $(1+y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy$ को हल कीजिये।

2. a) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = (1+e^x)^{-1}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = (1+e^x)^{-1} \text{ को हल कीजिये।}$$

[2]

b) Solve : $\frac{dx}{dt} - y = e^t, \frac{dy}{dt} + x = \sin t; x(0) = 1, y(0) = 0$

$$\frac{dx}{dt} - y = e^t, \frac{dy}{dt} + x = \sin t; x(0) = 1, y(0) = 0$$

को हल कीजिये।

3. Solve the differential equation

$$x(1-x)y'' + 2(1-2x)y' - 2y = 0$$

using Frobenius method.

फ्रोबेनियस विधि द्वारा अवकल समीकरण

$$x(1-x)y'' + 2(1-2x)y' - 2y = 0$$

को हल कीजिये।

4. a) Prove that $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

सिद्ध करें $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

b) Solve by Charpit's method, the P.D.E $(p^2 + q^2)y = qz$.

चारपिट विधि से P.D.E $(p^2 + q^2)y = qz$ को हल कीजिये।

5. a) Solve : $(D^2 - 6DD' + 9D'^2)z = 12x^2 + 36xy$.

$$(D^2 - 6DD' + 9D'^2)z = 12x^2 + 36xy \text{ को हल कीजिये।}$$

b) Prove that an analytic function with constant modulus is constant.

सिद्ध कीजिए कि स्थिर मापांक वाला एक विश्लेषणात्मक फलन स्थिर होता है।

BT-202 (GS)

Contd...

BT-202 (GS)

PTO

6. a) Use Cauchy Integral formula to solve

$$\oint_C \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz \text{ where } C \text{ is the circle } |z| = 3.$$

कौशी इंटीग्रल सूत्र का प्रयोग करते हुए $\oint_C \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz$

को हल कीजिये। जहाँ C वृत्त $|z| = 3$ है

- b) Using complex integration method,

solve: $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 4\theta}{5 + 4\cos \theta} d\theta$

जटिल समाकलन विधि का प्रयोग करते हुए $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 4\theta}{5 + 4\cos \theta} d\theta$

को हल कीजिए।

7. a) Solve: $\int_0^{1+i} (x - y + ix^2) dz$ along the real axis from $z = 0$ to $z = 1$ and then along a line parallel to imaginary axis from $z = 1$ to $z = 1 + i$.

$\int_0^{1+i} (x - y + ix^2) dz$ को हल करें वास्तविक अक्ष के साथ $z = 0$

से $z = 1$ और फिर से काल्पनिक अक्ष के समानांतर एक रेखा के साथ $z = 1$ से $z = 1 + i$

- b) Prove that: $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$

सिद्ध कीजिए $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$

8. a) Find the directional derivative of $f(x, y, z) = e^{2x} \cos yz$ at $(0, 0, 0)$ in the direction of the tangent to the curve

$$x = a \sin t, y = a \cos t, z = at \text{ at } t = \frac{\pi}{4}.$$

$f(x, y, z) = e^{2x} \cos yz$ का $(0, 0, 0)$ पर वक्र

$$x = a \sin t, y = a \cos t, z = at \text{ at } t = \frac{\pi}{4}$$

के स्पर्श रेखा की दिशा में दिशात्मक व्युत्पन्न खोजें।

- b) Using Green's theorem, find the area of the region in the first quadrant bounded by the curve $y = x, y = \frac{1}{x}, y = \frac{x}{4}$.

ग्रीन प्रमेय का उपयोग करते हुए, वक्र $y = x, y = \frac{1}{x}, y = \frac{x}{4}$ से घिरे पहले चतुर्थांश में क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
