

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, June 2022

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$.

$$\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0 \text{ को हल कीजिये।}$$

b) Solve the Linear differential equation

$$(1 + y^2) + \left(x - e^{\tan^{-1} y}\right) \frac{dy}{dx} = 0$$

रैखिक अवकल समीकरण $(1 + y^2) + \left(x - e^{\tan^{-1} y}\right) \frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिये।

2. a) Solve $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^2 \sec x$ using Bernoulli's.

बर्नौली का उपयोग करके $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^2 \sec x$ को हल करें।

b) Solve the differential equation

$$(D^2 - 2D - 3)y = x^3 e^{-3x}.$$

अवकल समीकरण $(D^2 - 2D - 3)y = x^3 e^{-3x}$ को हल कीजिये।

3. Solve $(D^2 + a^2)y = \tan ax$ by using method of variation of parameters.

पैरामीटर की भिन्नता की विधि का उपयोग करके $(D^2 + a^2)y = \tan ax$ को हल करें।

4. a) Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $Z = x^2 + y^2 - 3$ at the point $(2, -1, 2)$.

बिंदु $(2, -1, 2)$ पर $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ और $Z = x^2 + y^2 - 3$ सतहों के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।b) Prove that $r^n \vec{r}$ is Solenoidal if $n = -3$.सिद्ध कीजिये कि $r^n \vec{r}$ सोलेनोइडल है यदि $n = -3$ है।

5. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$ over the cube formed by the planes $x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0, z = c$.

सत्यापित करें कि $\vec{F}$ के लिए गॉस विचलन प्रमेय $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$ विमानों द्वारा बनाए गए घन पर $x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0, z = c$.

6. a) Prove that $\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right] |f(z)|^2 = 4 |f'(z)|^2$.

साबित करें कि $\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right] |f(z)|^2 = 4 |f'(z)|^2$.

b) Construct the analytic function $f(z)$, whose real part is $e^x \cos y$.

विश्लेषणात्मक फंक्शन $f(z)$ का निर्माण करें। जिसका वास्तविक भाग $e^x \cos y$ है।

7. a) Using Cauchy's integral formula, find $\int_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^3} dz$ where

C is the curve $|z| = 2$.

कौची के अभिन्न सूत्र का उपयोग करते हुए, पता लगाएं $\int_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^3} dz$

कि C वक्र कहां है $|z| = 2$ है।

b) Evaluate $\int_C \frac{1}{(z+4)z^8} dz$ where C is the circle $|z| = 2$.

मूल्यांकन करें, $\int_C \frac{1}{(z+4)z^8} dz$ जहां C वृत्त है $|z| = 2$ है।

8. a) Form the partial differential equation by eliminating arbitrary function from $Z = f(y/x)$.

$Z = f(y/x)$ से मनमाने ढंग से फंक्शन को समाप्त करके आंशिक विभेदक समीकरण बनाएं।

b) Solve the $(D^3 - 3D^2D^1 + 4D^1)^3 z = e^{x+2y}$.

$(D^3 - 3D^2D^1 + 4D^1)^3 z = e^{x+2y}$ को हल कीजिये।
